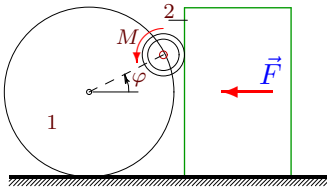


## Уравнение Лагранжа (для экзаменов)

Кирсанов М.Н. **Решебник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.– 384 с. (с. 300.)

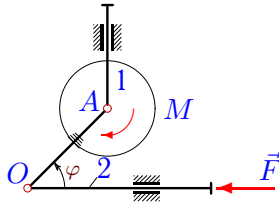
### Задача 30.1



30.6

Цилиндр радиусом  $R$  массой  $m_1$  катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. На ободе цилиндра закреплена ось колеса радиусом  $r$ , катящегося по боковой поверхности груза. Масса бруска  $m_2$ . К грузу, скользящему по гладкой поверхности, приложена горизонтальная сила  $F$ , к колесу — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра  $\varphi$ .

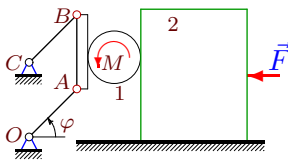
### Задача 30.2



30.6

На вертикальном штоке шарнирно закреплён однородный диск 1 радиуса  $R$  массой  $m_1$ . Диск жёстко соединён со стержнем  $AO$ . Масса горизонтального штока —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к штоку — сила  $F$ ;  $AO = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

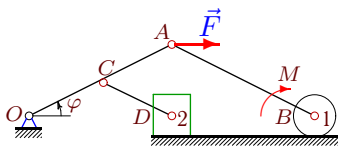
### Задача 30.3



30.6

Цилиндр радиусом  $R$  массой  $m_1$  катается по вертикальной поверхности звена  $AB$  шарнирного параллелограмма и боковой грани бруска массой  $m_2$ . К бруску приложена сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ .  $AO = BC = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

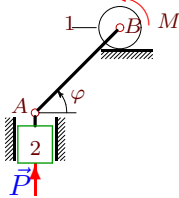
### Задача 30.4



30.6

К стержню  $AB$  шарнирного механизма приложен момент  $M$ , к шарниру  $A$  — горизонтальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $m_1$ , бруска —  $m_2$ ;  $AO = AB = 2a$ ,  $AC = CD = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

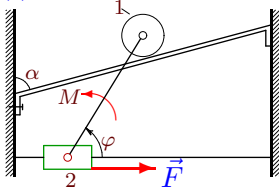
### Задача 30.5



30.6

Невесомый стержень  $AB$  длиной  $a$  шарнирно соединяет диск массой  $m_1$ , движущийся по горизонтальной поверхности, и вертикальный поршень массой  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к диску, сила  $P$  — к поршню. Радиус диска  $R$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

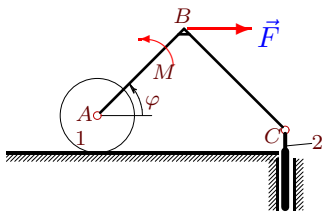
### Задача 30.6



30.6

Диск массой  $m_1$  радиусом  $R$  катится по наклонной балке. Невесомый стержень длиной  $L$  соединяет муфту, скользящую по горизонтальной направляющей, с осью диска. Момент  $M$  приложен к стержню, сила  $F$  — к муфте. Масса муфты  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

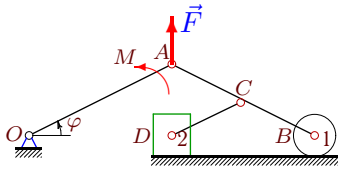
**Задача 30.7**



Невесомый изогнутый под прямым углом стержень соединяет цилиндр массой  $m_1$  и поршень массой  $m_2$ , движущийся в вертикальных направляющих.  $AB = a$ ,  $BC = b$ . Момент  $M$  приложен к стержню, горизонтальная сила  $F$  — к углу  $B$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

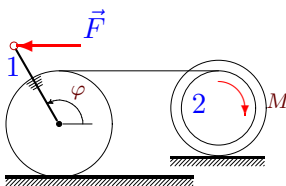
**Задача 30.8**



К стержню  $OA$  шарнирного механизма приложен момент  $M$ , к шарниру  $A$  — вертикальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $m_1$ , бруска —  $m_2$ ;  $AO = AB = 2a$ ,  $AC = CD = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

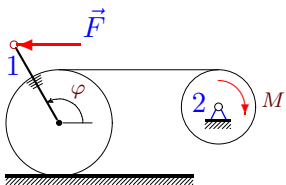
**Задача 30.9**



Цилиндр радиуса  $R$  жестко соединен с однородным стержнем массой  $m_1$  длиной  $a$ . Нить, параллельная основанию, по которому катится цилиндр, связывает его с внутренним ободом блока массой  $m_2$ . Радиусы блока  $R_0$  и  $r_0$ , момент инерции  $J_0$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

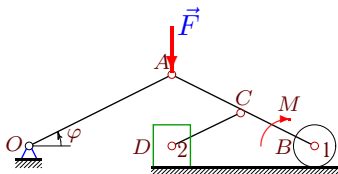
**Задача 30.10**



Цилиндр радиуса  $R$  жестко соединен с однородным стержнем массой  $m_1$  длиной  $a$ . Нить, параллельная основанию, по которому катится цилиндр, связывает его с диском массой  $m_2$  радиуса  $r$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

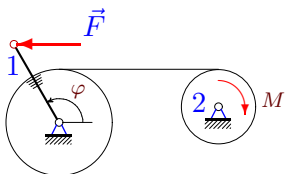
**Задача 30.11**



К стержню  $AB$  шарнирного механизма приложен момент  $M$ , к шарниру  $A$  — вертикальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $m_1$ , бруска —  $m_2$ ;  $AO = AB = 2a$ ,  $AC = CD = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

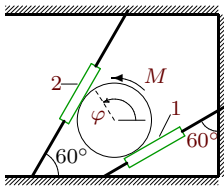
**Задача 30.12**



Цилиндр радиуса  $R$  жестко соединен с однородным стержнем массой  $m_1$  длиной  $a$ . Цилиндр вращается вокруг неподвижной оси и нитью связан с диском массой  $m_2$  радиуса  $r$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

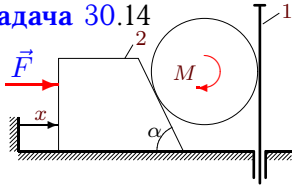
**Задача 30.13**



Цилиндр радиусом  $R$  приводит в движение муфты, надетые на наклонные стержни. Массы муфт  $m_1$  и  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

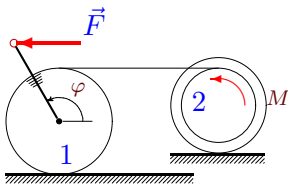
**Задача 30.14**



Цилиндр радиусом  $R$  касается вертикального штока массы  $m_1$  и призмы, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса призмы  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Шток движется в направляющих без сопротивления. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

30.6

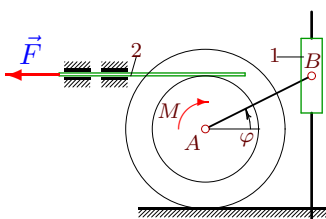
**Задача 30.15**



Цилиндр массой  $m_1$  радиуса  $R$  жестко соединен с невесомым стержнем длиной  $a$ . Нить, параллельная основанию, по которому катится цилиндр, связывает его с внутренним ободом блока массой  $m_2$ . Радиусы блока  $R_0$  и  $r_0$ , момент инерции  $J_0$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

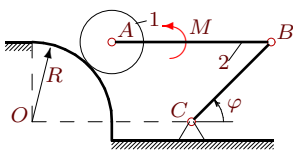
**Задача 30.16**



Своим внешним ободом блок (радиусы  $R$  и  $r$ ) катится по горизонтальной поверхности. Муфта, надетая на гладкий вертикальный стержень, соединена с осью блока стержнем  $AB$  длиной  $L$ . Шток, скользящий в горизонтальных направляющих, находится в зацеплении с внутренним радиусом блока. Масса муфты  $m_1$ , штока —  $m_2$ . К штоку приложена горизонтальная сила  $F$ , к блоку — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

30.6

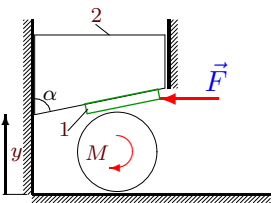
**Задача 30.17**



Механизм состоит из диска массой  $m_1$  радиусом  $r$ , стержня  $AB$  и кривошипа  $CB$  длиной  $4r$ . Диск катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R = 3r$ ,  $AB = OC$ . К стержню  $AB$  приложен момент  $M$ . Масса стержня  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

30.6

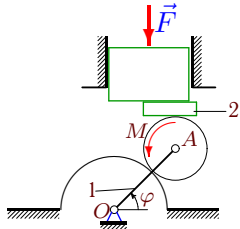
**Задача 30.18**



Между цилиндром радиусом  $R$  и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы. Масса пластины  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение прессы  $y$ .

30.6

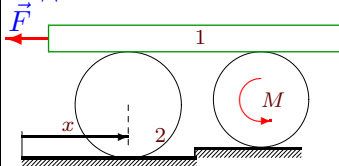
**Задача 30.19**



30.6

Диск радиусом  $r$  катится по поверхности неподвижного цилиндра радиусом  $R$  и находится в зацеплении с бруском массой  $m_2$ , скользящим по нижней грани прессы, движущегося вертикально. Оси цилиндров соединены стержнем массой  $m_1$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

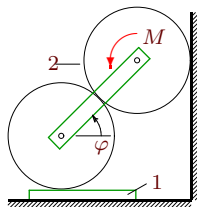
**Задача 30.20**



30.6

Брусок массой  $m_1$  горизонтально лежит на двух цилиндрах радиусов  $R$  и  $r$ . К одному цилиндру приложен момент  $M$ , к бруску — сила  $F$ . Масса цилиндра большего радиуса равна  $m_2$ . Проскальзывание во всех точках контакта отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

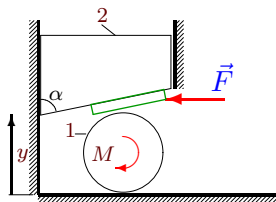
**Задача 30.21**



30.6

Оси цилиндров соединены спарником. Верхний цилиндр катится без проскальзывания по вертикальной плоскости. Нижний цилиндр находится в зацеплении с верхним и катится по пластинке массой  $m_1$ , скользящей по горизонтальной плоскости. Радиусы цилиндров  $R$ . Масса верхнего цилиндра  $m_2$ . К верхнему цилиндру приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота спарника  $\varphi$ .

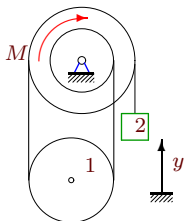
**Задача 30.22**



30.6

Между цилиндром радиусом  $R$  и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы. Масса цилиндра  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение прессы  $y$ .

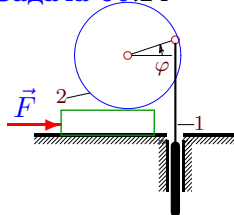
**Задача 30.23**



30.6

Нить, навитая на внутренний (радиус  $r$ ) и внешний (радиус  $R$ ) ободы невесомого блока, огибает цилиндр с подвижной осью. Масса цилиндра  $m_1$ , радиус  $(R + r)/2$ , нити вертикальные. К свободному концу нити подвешен груз массой  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к блоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять высоту груза  $y$ .

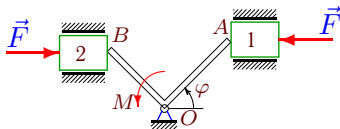
**Задача 30.24**



30.6

Вертикально движущийся поршень массой  $m_1$  закреплен шарнирно на ободу диска радиусом  $R$ . Диск без проскальзывания катится по пластине, лежащей на гладкой плоскости. К пластине приложена сила  $F$ . Масса диска  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $\varphi$ .

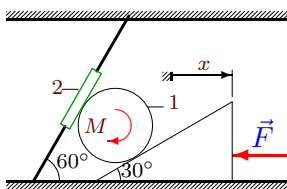
**Задача 30.25**



Стержни  $OB$  и  $OA$  жестко скреплены под углом  $90^\circ$ . Бруски массой  $m_1$  и  $m_2$  движутся в горизонтальных направляющих. Концы стержней  $A$  и  $B$  скользят по граням брусков и приводят их в движение;  $OA = a$ ,  $OB = b$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

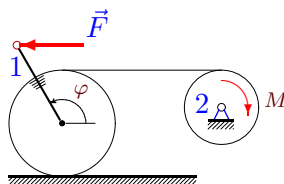
**Задача 30.26**



Цилиндр радиусом  $R$  зажат между муфтой, надетой на наклонный стержень, и призмой, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса цилиндра  $m_1$ , муфты —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

30.6

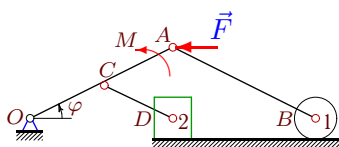
**Задача 30.27**



Цилиндр радиуса  $R$  жестко соединен с однородным стержнем массой  $m_1$  длиной  $a$ . Нить, параллельная основанию, по которому катится цилиндр, связывает его с диском массой  $m_2$  радиуса  $r$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

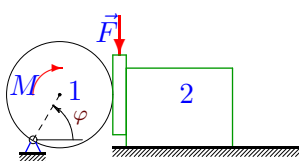
**Задача 30.28**



К стержню  $OA$  шарнирного механизма приложен момент  $M$ , к шарниру  $A$  — горизонтальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $m_1$ , бруска —  $m_2$ ;  $AO = AB = 2a$ ,  $AC = CD = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

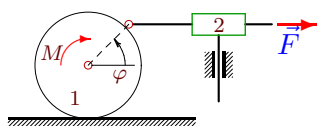
**Задача 30.29**



Цилиндр радиусом  $R$  массы  $m_1$ , вращаясь вокруг оси, проходящей через его обод, находится в зацеплении с тонкой пластиной. Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска массы  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6

**Задача 30.30**



Сквозь муфту, закрепленную на вертикальном штоке, скользит горизонтальный стержень, соединенный шарниром с ободом цилиндра. Масса цилиндра  $m_1$ , радиус —  $R$ . Масса муфты  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к стержню — сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

30.6